CAPÍTULO 5
PRINCIPALES DISTRIBUCIONES DISCRETAS

5.1 INTRODUCCIÓN

El estudio de las distribuciones de probabilidad es especialmente sencillo para las variables discretas.

La variable aleatoria más sencilla posible es la **distribución de dos puntos** o **distribución de Bernouilli**, que se estudia en primer lugar.

Una generalización inmediata de dicha distribución da lugar a la **distribución Binomial**, que aparece en numerosísimas aplicaciones prácticas.

Finalmente, como el límite de una distribución Binomial en determinadas circunstancias, surge la célebre **distribución de Poisson**, también ampliamente utilizada en los campos más diversos, desde el control de calidad al estudio de procesos estocásticos.

La aplicación de estas distribuciones a la obtención de **Planes de Inspección**, es objeto de un último apartado, por su importancia en los enfoques tradicionales del control de calidad en la industria.

En sintonía con el espíritu general con el que está redactado este texto, hemos prescindido en general de demostraciones, y sugerimos al lector que se centre especialmente en el análisis y la resolución de las Autoevaluaciones y ejercicios propuestos.

5.2 DISTRIBUCIÓN DE DOS PUNTOS

Sea una variable aleatoria **X** discreta con sólo dos valores posibles:

$$\mathbf{X} = 1 \quad \text{con probabilidad } \mathbf{p}$$

$$\mathbf{X} = 0 \quad \text{con probabilidad } 1 - \mathbf{p}$$

Esta distribución depende de un único parámetro **p**, y es la más sencilla que puede concebirse (con excepción del caso degenerado de una variable aleatoria con un único valor posible, que en el fondo sería una constante), denominándose distribución "de dos puntos" y también distribución de **Bernouilli**.

*Autoevaluación: sea **X** la variable aleatoria "número de veces que se presenta un suceso A de probabilidad **p** al realizar una vez la experiencia aleatoria correspondiente" (o sea al seleccionar un individuo de la población). Comprobar por la definición dada, que **X** sigue una distribución de Bernouilli de parámetro p*

Los valores de la media y de la varianza d **X** se obtienen fácilmente:

Media: $m = E(\mathbf{X}) = 1xP(\mathbf{X}=1) + 0xP(\mathbf{X}=0) = 1x\mathbf{p} + 0x(1-\mathbf{p}) = \mathbf{p}$

Varianza: $\sigma^2 = E(\mathbf{X}-m)^2 = E(\mathbf{X}-p)^2 = (1-\mathbf{p})^2\mathbf{p} + (0-\mathbf{p})^2(1-\mathbf{p}) = \mathbf{p(1-p)}$

5.3 DISTRIBUCIÓN BINOMIAL

Una distribución discreta especialmente importante desde el punto de vista de sus aplicaciones prácticas es la **distribución binomial** cuyo concepto y propiedades se desarrollan sucintamente a continuación.

Sea A un suceso de probabilidad **p** asociado a un determinado experimento aleatorio. Supongamos que llevamos a cabo **n** repeticiones independientes[1] del experimento en cuestión, y sea **X** el número de veces que se presenta el suceso A.

La variable **X** así definida tiene como valores posibles los enteros 0, 1, 2,..., **n** siendo la probabilidad de cada uno de ellos función de los valores concretos de **n** y **p**. Dicha variable sigue una distribución denominada **distribución binomial** que depende de los dos parámetros mencionados **n** y **p**.

Autoevaluación: constatar de la definición dada que una variable Binomial(n,p) coincide con la suma de n variables de Bernouilli independientes de parámetro p

Se demuestra que la función de probabilidad de una variable **X** que sigue una distribución Binomial(**n**,**p**) es:

$$P(\text{Binom}(n,p) = x) = \binom{n}{x} p^x (1-p)^{n-x}$$

Autoevaluación: Justificar la fórmula de la función de probabilidad de una distribución binomial.

La expresión de la media y de la varianza de una variable Binomial se obtiene fácilmente teniendo en cuenta el resultado reflejado en la primera Autoevaluación de este apartado, y que la media y la varianza de la suma de variables independientes no es más que la suma de las medias y la de las varianzas correspondientes.

Así si **Y** es una variable Binom(n,p) y $\mathbf{X_1},...,\mathbf{X_n}$ son variables de Bernouilli independientes de parámetro **p**

$E(\text{Binom}(n,p)) = E(\mathbf{Y}) = E(\mathbf{X_1}+...+\mathbf{X_n}) = E(\mathbf{X_1}) + ... + E(\mathbf{X_n}) = p +...+ p = \mathbf{np}$

$\sigma^2(\text{Binom}(n,p)) = \sigma^2(\mathbf{Y}) = \sigma^2(\mathbf{X_1}+...+\mathbf{X_n}) = \sigma^2(\mathbf{X_1}) + ... + \sigma^2(\mathbf{X_n}) = \mathbf{np(1-p)}$

Existen tablas que dan las probabilidades de una distribución binomial para diferentes valores de los parámetros **n** y **p**. Dichas probabilidades también pueden calcularse utilizando paquetes estadísticos como el Statgraphics.

Cuando el producto **np(1-p)** es grande (del orden de 9 o más) las probabilidades correspondientes a una variable binomial pueden también aproximarse usando las tablas de la distribución normal, según se expondrá en el siguiente capítulo.

[1] A efectos prácticos diremos que distintas realizaciones de un experimento aleatorio son independientes si los sucesos posibles asociados a cualquier subconjunto de dichas realizaciones son independientes entre sí.

Autoevaluación: Calcular utilizando Statgraphics la probabilidad de que una variable binomial con n=131 y p=0.5 sea mayor o igual que 88. ¿Qué se deduce del resultado obtenido respecto a la posible existencia de una tendencia a preferir dígitos impares cuando se pide decir un dígito "al azar"? (Recordar los resultados obtenidos en la encuesta realizada en clase)

5.4 DISTRIBUCIÓN DE POISSON

En algunas aplicaciones se manejan variables aleatorias que pueden asimilarse a variables binomiales con un valor muy elevado de **n** y un valor muy bajo de **p**. De dichas variables sólo se conoce su valor medio **np**.

*Autoevaluación: Considérese en la población de todas las naranjas de un huerto atacado por la mosca del Mediterráneo "Ceratitis Capitata" la variable aleatoria "número de picadas de mosca existente en cada naranja". Razonar, asumiendo que cada mosca "pica" a una única naranja elegida al azar, por qué dicha variable podría considerarse como una binomial con una **n** muy elevada (¿qué sería realmente **n**?) y una **p** muy baja (¿qué sería realmente **p**?).*
*Poner varios ejemplos de variables aleatorias reales que podrían modelarse como variables binomiales con **n** elevado y **p** bajo.*

La distribución de Poisson se describe como el límite al que tiende la distribución de una variable binomial cuando **n** $\Rightarrow \infty$ y **p** $\Rightarrow 0$ de forma que el producto **np** tiende a una constante λ.

La función de probabilidad de una distribución de Poisson de parámetro λ será por tanto el límite de la correspondiente función de probabilidad de la variable binomial:

$$P\left(\text{Poisson}(\lambda) = x\right) = \lim_{\substack{n \to \infty \\ p \to 0 \\ np \to \lambda}} \binom{n}{x} p^x (1-p)^{n-x} = e^{-\lambda} \frac{\lambda^x}{x!}$$

(Nota TÉCNICA: La demostración del resultado anterior es relativamente sencilla y puede encontrarse en cualquier texto clásico de Estadística)

Autoevaluación: Sabiendo que en las carreteras españolas se producen en promedio 3 accidentes mortales diarios (excluyendo fines de semanas) ¿cuál es la probabilidad de que el próximo martes no se produzca un solo accidente mortal?

De la definición dada para una distribución de Poisson se deducen inmediatamente los valores de su media y de su varianza. En efecto siendo **X** una variable de Poisson de parámetro λ se tiene:

$$E(\mathbf{X}) = \lim_{\substack{n \to \infty \\ p \to 0 \\ np \to \lambda}} np = \lambda$$

$$\sigma^2(\mathbf{X}) = \lim_{\substack{n \to \infty \\ p \to 0 \\ np \to \lambda}} np(1-p) = \lambda$$

Para el cálculo de las probabilidades asociadas a una distribución de Poisson resulta de utilidad el ábaco de la página siguiente que da, en función del parámetro λ y del valor considerado ν, la probabilidad de que una variable de Poisson de parámetro λ sea $\leq \nu$

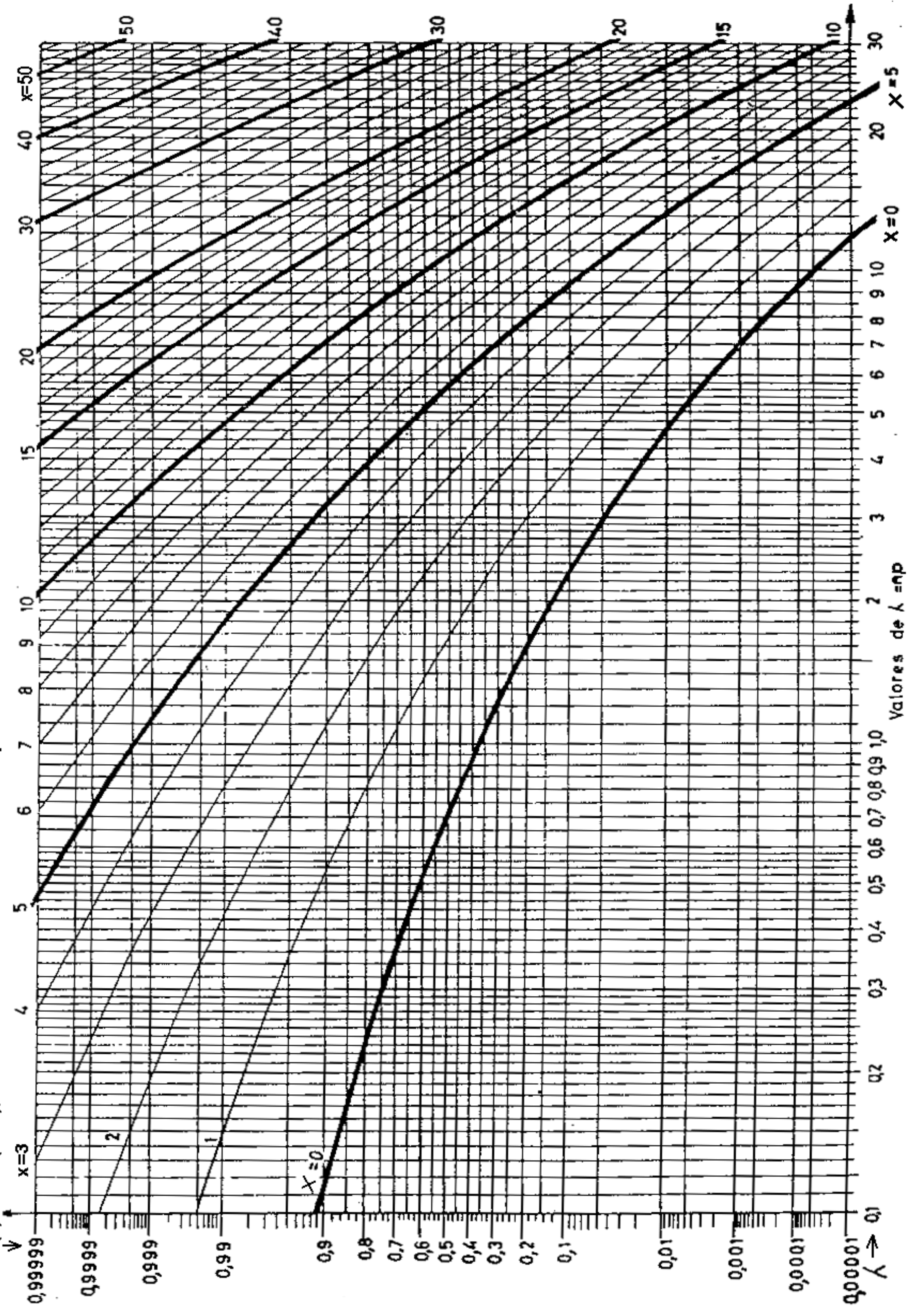
Autoevaluación: calcular, utilizando el ábaco, la probabilidad de obtener más de 3 piezas defectuosas al sacar al azar una muestra de 200 piezas en un proceso que produce un 5 por mil de piezas defectuosas

La suma de variables de Poisson independientes es también una variable de Poisson, siendo el valor de su parámetro la suma de los de las variables que se suman.

Autoevaluación: Suponiendo que son independientes las variables asociadas a los diferentes días de las semanas y sabiendo que en las carreteras españolas se producen en promedio 3 accidentes mortales diarios (excluyendo fines de semanas) y que el número de accidentes mortales medio el fin de semana (sábado más domingo) es igual a 15, calcular la probabilidad de que a lo largo de la próxima semana se produzcan menos de 25 accidentes mortales.¿Cuál sería dicha probabilidad si sabemos que durante los dos primeros días se han producido ya 8 accidentes mortales?

Digamos por último que, para valores de λ moderadamente elevados (del orden de 9 o mayores), las probabilidades de una distribución de Poisson pueden aproximarse utilizando las tablas de una distribución normal, tal como se expone en el siguiente capítulo.

F(x)=Prob (X≤ x), siendo X una variable de Poisson de parámetro λ



5.5 PLANES DE INSPECCIÓN

Una aplicación clásica de las distribuciones Binomial y de Poisson en el ámbito industrial es el establecimiento de planes de inspección para el control de la calidad, tanto en recepción como en expedición de partidas de piezas o unidades de cualquier tipo. En los planes de inspección denominados "por atributos", la partida se muestrea y la decisión sobre aceptarla o rechazarla se toma en función del número de unidades defectuosas encontradas en la muestra.

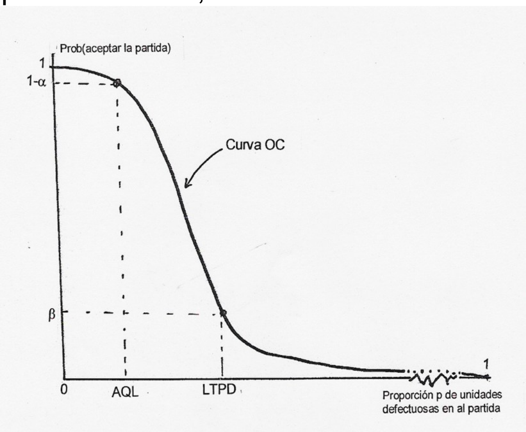
Un plan de inspección viene caracterizado por su **Curva Operativa** (curva **OC**) que da la probabilidad de aceptar una partida en función de la proporción p de unidades defectuosas que realmente existen en la misma:

Curva OC = P(aceptar una partida con una proporción p de defectuosas)

Todo plan de inspección debe conciliar dos exigencias, en principio contrapuestas: tener una probabilidad "baja" de aceptar partidas "malas" y tener una probabilidad también "baja" de rechazar partidas "buenas". Para precisar lo que se entiende por "baja", "malas" y "buenas", se definen los siguientes conceptos:

Límite máximo para la proporción de defectuosas (**LPTD**): es la máxima proporción p_1 de defectos que se considera admisible. Se desea que si p es $\geq$ LPTD, la probabilidad de aceptar la partida sea $\leq \beta$, donde a β se le denomina "riesgo del comprador".

Nivel de calidad aceptable (**AQL**): es una proporción de defectos $p_2 \leq p_1$ que se considera satisfactoria. Se desea que si p es $\leq$ AQL, la probabilidad de rechazar la partida sea $\leq \alpha$, donde a α se le denomina "riesgo del productor".



De acuerdo con estas definiciones, la curva OC del plan de inspección debe pasar por el punto (LTPD,β), o por debajo de él, y por el punto (AQL,1-α), o por encima de él, tal como se representa en la figura adjunta.

El plan de inspección por atributos más sencillo posible es el **Plan de Inspección Simple**, que viene caracterizado por dos valores N y C y cuya operativa es la siguiente:

Se toma una muestra de tamaño **N**, se determina el número **X** de unidades defectuosas en dicha muestra y:

si $\mathbf{X} \leq \mathbf{C}$ se acepta la partida

si $\mathbf{X} > \mathbf{C}$ se rechaza la partida

Asumiendo que el tamaño de la partida es suficientemente grande en relación al tamaño de la muestra como para que los resultados de las diferentes unidades muestreadas puedan considerarse independientes (ver, al respecto, la penúltima Autoevaluación del apartado 3.6), la ecuación de la curva OC para un plan de inspección simple vendrá dado por la ecuación:

$$\text{Curva OC: P(aceptar/p) = P}(\mathbf{X}\leq C/p) = \sum_{x=0}^{C}\binom{N}{x}p^x(1-p)^{N-x} \quad (1)$$

Si, como es habitual en contextos de inspección de calidad, el valor de p es bajo y el tamaño muestral N no es reducido, en (1) puede sustituirse la expresión de la probabilidad de una Binomial(N,p) por la de una variable de Poisson de parámetro λ = Np, obteniéndose la siguiente ecuación para la curva OC:

$$\text{Curva OC: P(aceptar/p) = P}(\mathbf{X}\leq C/p) = \sum_{x=0}^{C} e^{-Np}\frac{(Np)^x}{x!} \qquad (2)$$

Dados unos determinados valores para el LPTD, el AQL, β y α, la determinación de los parámetros N y C de un plan de inspección que satisface los requisitos exigidos con el menor tamaño muestral N posible, puede llevarse a cabo por tanteos utilizando la expresión (2) y el ábaco de Poisson

Autoevaluación: Una industria que utiliza masivamente en sus productos cierto componente electrónico desea garantizar que el porcentaje de componentes defectuosos en cada partida que compra es inferior al 10%. Para ello prueba en cada partida N unidades seleccionadas al azar, aceptando ésta sólo si todas las unidades resultan correctas.
a) ¿Cuánto debe valer como mínimo N para que la probabilidad de admitir una partida con un 10% o más de unidades defectuosas no supere el 5%?
b) Una partida se considera muy satisfactoria si el porcentaje de unidades defectuosas en la misma es menor o igual que el 2%. ¿Qué probabilidad tiene el sistema de control establecido en a) de rechazar una partida con un 2% de unidades defectuosas?
*c) Con el fin de obtener un plan que, además de verificar el requisito exigido en a), tenga una probabilidad inferior al 10% de rechazar partidas buenas (o sea con un porcentaje de defectos ≤ 2%) se decide establecer un nuevo plan en el que se seleccionarán **N** unidades, rechazándose la partida si hay más de **C** defectuosas. ¿Cuanto valdrían en este ejemplo el LPTD, el AQL, β y α? ¿Cuánto debe valer como mínimo N y cuál debe ser el valor correspondiente de C para que el plan de inspección satisfaga los dos requisitos deseados?*
(Ver respuesta en el Anejo al final del Tema)

Con el fin de reducir el tamaño muestral se utilizan a veces **Planes de Inspección Dobles**, o en dos etapas. En ellos se selecciona una primera muestra de tamaño $\mathbf{N_1}$ y se establecen dos valores $\mathbf{C_1}$ y $\mathbf{C_2}$ de forma que si el número $\mathbf{X_1}$ de unidades defectuosas es $\leq C_1$ la partida se acepta, mientras que si $\mathbf{X_1}$ es $\geq C_2$ la partida se rechaza. En el caso de que resulte $C_1 < \mathbf{X_1} < C_2$, se toma una segunda muestra de tamaño $\mathbf{N_2}$, aceptándose la partida si el número total de unidades defectuosas $\mathbf{X_1}+\mathbf{X_2}$ entre la primera y la segunda muestra es $\leq$ que un determinado valor **C** y rechazándose en caso contrario.

Autoevaluación: Para controlar la calidad de las partidas que recibe, el servicio de control de calidad de una empresa toma en primer lugar una muestra de 50 piezas, aceptando la partida si todas son correctas y rechazándola si encuentra más de dos defectuosas. Si esta primera muestra no le permite tomar una decisión, se toma una segunda muestra de otras 50 piezas, rechazándose la partida si en total (entre la 1ª y la 2ª muestra) se han encontrado más de 3 unidades defectuosas y aceptándose en caso contrario.
¿Qué probabilidad tiene este plan de inspección de aceptar partidas que tengan un 1% de unidades defectuosas?
¿Cuál será el número medio de piezas a inspeccionar si las partidas tienen un 1% de unidades defectuosas?
(Ver respuesta en el Anejo al final del Tema)

5.A AUTOEVALUACIONES RESUELTAS Y EJERCICIOS

5.A.1 Respuesta a algunas Autoevaluaciones

Autoevaluación: Una industria que utiliza masivamente en sus productos cierto componente electrónico desea garantizar que el porcentaje de componentes defectuosos en cada partida que compra es inferior al 10%. Para ello prueba en cada partida N unidades seleccionadas al azar, aceptando ésta sólo si todas las unidades resultan correctas.
a) ¿Cuánto debe valer como mínimo N para que la probabilidad de admitir una partida con un 10% o más de unidades defectuosas no supere el 5%?
b) Una partida se considera muy satisfactoria si el porcentaje de unidades defectuosas en la misma es menor o igual que el 2%. ¿Qué probabilidad tiene el sistema de control establecido en a) de rechazar una partida con un 2% de unidades defectuosas?
*c) Con el fin de obtener un plan que, además de verificar el requisito exigido en a), tenga una probabilidad inferior al 10% de rechazar partidas buenas (o sea con un porcentaje de defectos # 2%) se decide establecer un nuevo plan en el que se seleccionarán **N** unidades rechazándose la partida si hay más de **C** defectuosas. ¿Cuanto valdrían en este ejemplo el LPTD, el AQL, β y α? ¿Cuánto debe valer como mínimo N y cuál debe ser el valor correspondiente de C para que el plan de inspección satisfaga los dos requisitos deseados?*

a) Siendo X el número de componentes defectuosos en la muestra de tamaño N, y siendo p=0.1, X seguirá distribución Binom(N,0.1). Se desea que P(aceptar) sea ≤ 0.05

$$P(\text{aceptar}/p=0.1) = P(X=0) = (1-0.1)^N \leq 0.05 \Rightarrow N \geq \frac{\log(0.05)}{\log(0.9)} = 28.4 \Rightarrow N=29$$

(obsérvese el cambio de signo de la desigualdad al dividir por log(0.9) que es negativo)

El ejercicio también podría haberse resuelto aproximadamente asumiendo para X una distribución de Poisson de parámetro λ = Nx0.05:

en el ábaco de Poisson para que P(X=0) sea $\leq 0.05 \Rightarrow \lambda \geq 2.9 \Rightarrow N \geq \frac{2.9}{0.1} \Rightarrow N=29$

b) Siendo N = 29 y si p es = 0.02, la probabilidad de rechazar esta partida “buena” será:

$P(\text{rechazar}) = 1 - P(\text{aceptar}) = 1 - P(X=0) = 1 - (1-0.02)^{29} = 0.44$

que, posiblemente, se considerará un “riesgo del productor” excesivamente alto

c) En general, siendo p la proporción de defectuosas en la partida, el número X de defectuosas en la muestra seguirá una distribución Binom(N,p) que vamos a aproximar por una de Poisson de parámetro λ = Np. La probabilidad de aceptar una partida será, pues, P(Poisson(Np) $\leq$ C)

Los dos requisitos exigidos al plan de inspección (expresándolos en ambos casos como una exigencia para la probabilidad de aceptar) son:

$P(\text{aceptar}/p=0.1) = P(\text{Poisson}(\lambda=Nx0.1) \leq C) \leq 0.05$ (Condición 1)

$P(\text{aceptar}/p=0.02) = P(\text{Poisson}(\lambda=Nx0.02) \leq C) \geq 0.90$ (Condición 2)

Por lo tanto, serán: LPTD = 0.10 AQL = 0.02 β = 0.05 α = 0.10

Vamos a tantear, en función de C, qué requisitos debe cumplir N para verificar estas dos condiciones, empezando desde C = 0 y aumentándolo progresivamente hasta encontrar un plan factible.

Si C = 0 Para cumplir Condición 1 en el ábaco se obtiene $\lambda \geq 2.9 \Rightarrow N \geq 2.9/0.1 \Rightarrow N \geq 29$
Para cumplir Condición 2 en el ábaco se obtiene $\lambda \leq 0.11 \Rightarrow N \geq 0.11/0.02 \Rightarrow N \leq 5.5$

Como las dos condiciones $N \geq 29$ y $N \leq 5.5$ son incompatibles no hay solución con C=0

Si C = 1 Para cumplir Condición 1 en el ábaco se obtiene $\lambda \geq 4.65 \Rightarrow N \geq 4.65/0.1 \Rightarrow N \geq 46.5$
Para cumplir Condición 2 en el ábaco se obtiene $\lambda \leq 0.53 \Rightarrow N \geq 0.53/0.02 \Rightarrow N \leq 26.5$

Como las dos condiciones $N \geq 47$ y $N \leq 26$ son incompatibles no hay solución con C=1

Si C = 2 Para cumplir Condición 1 en el ábaco se obtiene $\lambda \geq 6.2 \Rightarrow N \geq 6.2/0.1 \Rightarrow N \geq 62$
Para cumplir Condición 2 en el ábaco se obtiene $\lambda \leq 1.1 \Rightarrow N \geq 1.1/0.02 \Rightarrow N \leq 55$

Si C = 3 Para cumplir Condición 1 en el ábaco se obtiene $\lambda \geq 7.7 \Rightarrow N \geq 7.7/0.1 \Rightarrow N \geq 77$
Para cumplir Condición 2 en el ábaco se obtiene $\lambda \leq 1.7 \Rightarrow N \geq 1.7/0.02 \Rightarrow N \leq 85$

Las dos condiciones $N \geq 77$ y $N \leq 85$ sí que son incompatibles y N = 77 es el menor valor de N que verifica ambas. El Plan de Inspección buscado tendrá, por tanto, **N = 77** y **C = 3**

Autoevaluación: Para controlar la calidad de las partidas que recibe, el servicio de control de calidad de una empresa toma en primer lugar una muestra de 50 piezas, aceptando la partida si todas son correctas y rechazándola si encuentra más de dos defectuosas. Si esta primera muestra no le permite tomar una decisión, se toma una segunda muestra de otras 50 piezas, rechazándose la partida si en total (entre la 1ª y la 2ª muestra) se han encontrado más de 3 defectuosas y aceptándose en caso contrario.
¿Qué probabilidad tiene este plan de inspección de aceptar partidas que tengan un 1% de unidades defectuosas?
¿Cuál será el número medio de piezas a inspeccionar si las partidas tienen un 1% de unidades defectuosas?)

Sea X_1 el número de defectuosas en la primera muestra y X_2 el número de defectuosas en la segunda muestra (en el caso de que se tome). Ambas variables serán Binom(N=50,p=0.01)

El suceso {aceptar la partida} es la suma de los siguientes sucesos, mutuamente excluyentes:

$\{aceptar\} = \{X_1=0\} + \{\{X_1=1\}\{X_2 \leq 2\}\} + \{\{X_1=2\}\{X_2 \leq 1\}\}$

como X_1 y X_2 son independientes, la P(aceptar) será igual a:

$$.99^{50} + \binom{50}{1}.99^{49}.01\text{x}\left(.99^{50} + \binom{50}{1}.99^{49}.01 + \binom{50}{2}.99^{48}.01^2\right) + \binom{50}{2}.99^{48}.01^2\text{x}\left(.99^{50} + \binom{50}{1}.99^{49}.01\right)$$

= <u>0.975</u>

El tamaño de la muestra a tomar será N=50, si $X_1=0$ o $X_1 \geq 3$, o N=100 en caso contrario. Como

$$P(X \geq 3) = 1 - P(X \leq 2) = 1 - \left(.99^{50} + \binom{50}{1}.99^{49}.01 + \binom{50}{2}.99^{48}.01^2\right) = 0.0138$$

el valor medio de N será:

$E(N) = 50x(.99^{50} + 0.0138) + 100x(1-,99^{50}-0.0138) =$ <u>69.1 piezas</u>

5.A.2 Ejercicios adicionales

Decir si son verdaderas o falsas las siguientes afirmaciones y, en caso de que sean verdaderas, precisar las condiciones correspondientes:
a) Bajo ciertas condiciones la distribucion binomial se aproxima a una distribución normal
b) Bajo ciertas condiciones la distribucion binomial se aproxima a una distribución de Poisson
c) Bajo ciertas condiciones la distribucion de Poisson se aproxima a una distribución binomial
d) Bajo ciertas condiciones la distribucion de Poisson se aproxima a una distribución normal

Se estima que el 0.5% de las piezas producidas por cierto proceso son defectuosas. Para realizar cierto estudio se necesita disponer de 3 piezas defectuosas. ¿Qué tamaño N debe tener como mínimo una muestra si se quiere tener una probabilidad superior al 95% de que la misma contenga al menos 3 piezas defectuosas?

Un huerto que tiene 100.000 naranjas es atacado por una plaga de 1000 moscas del Mediterráneo. Asumiendo que cada mosca pica una sola naranja y que las picadas son independientes unas de otras, ¿Cómo se distribuye y sobre qué población está definida la variable ***X*** *"número de picadas en cada naranja"? ¿Cuál es la probabilidad de que una naranja tenga alguna picada?*

Las naranjas de ejercicio anterior se envasan en bolsas de malla de 20 unidades. Una bolsa se considera aceptable si tiene como máximo una naranja picada. ¿Cómo se distribuye y sobre qué población está definida la variable ***Y*** *"número de naranjas picadas en cada bolsa"? ¿Cuál es la probabilidad de que una bolsa sea aceptable?*

Las bolsas del ejercicio anterior se expiden al extranjero en pallets de 100 bolsas cada uno. ¿Cómo se distribuye y sobre qué población está definida la variable ***Z*** *"número de bolsas inaceptables en cada pallet"? ¿Cuál es la probabilidad de que un pallet tenga más de 4 bolsas inaceptables?*

Una máquina que fabrica 2000 piezas por hora, produce en promedio un 1 por mil de piezas defectuosas. Si se observa una pieza defectuosa en un cierto momento, ¿cuál es la probabilidad de que antes de un cuarto de hora se produzca la siguiente pieza defectuosa?

Un proceso produce en promedio un 1 por mil de piezas defectuosas. Las piezas se envasan en cajas de N unidades. ¿Cuánto puede valer como máximo N si se desea garantizar que la probabilidad de que la caja contenga más de 3 piezas defectuosas es inferior al 1%?

Una determinada pieza de una máquina sufre a lo largo de su funcionamiento impactos accidentales, no apreciables exteriormente, que la van deteriorando progresivamente. El número de impactos cada hora sigue una distribución de Poisson de media 0.4. Se sabe que, a causa del deterioro ocasionado, la pieza falla cuando sufre el decimoquinto impacto.
Con el fin de evitar el fallo de la pieza, que puede ocasionar serios daños a la máquina, la sección de mantenimiento preventivo ha decidido sustituirla sistemáticamente por otra nueva tras cada Z horas de funcionamiento. ¿Cuánto puede valer como máximo Z, si se desea que la probabilidad de fallo de una pieza sea inferior al 1%?